

### Generalità

**Dati anagrafici:** nome: **LANGUASCO ALESSANDRO**, nato il 23/12/1966 ad Imperia (IM), Italia, cittadinanza: italiana.

**Indicatori bibliografici ASN (in data 30 giugno 2021):** Numero articoli ultimi 10 anni: 24; numero citazioni ultimi 15 anni: 202; H-indice ultimi 15 anni: 9; (fonte: Reportistica IRIS-cineca).

**Posizione attuale:** Professore Associato di Analisi Matematica (MAT/05) presso il Dipartimento di Matematica “Tullio Levi-Civita”, Università di Padova dal 1 ottobre 2006. Abilitato per il settore concorsuale 01/A3 - Analisi Matematica, Probabilità e Statistica Matematica - Prima fascia - dal 30/06/2020 al 30/06/2029.

**Afferenze precedenti:** Dal 26/08/1998 al 30/09/2006 sono stato afferente al Dipartimento di Matematica Pura e Applicata, Università di Padova in qualità di Ricercatore Universitario a tempo Indeterminato.

### Formazione e carriera universitaria

#### Formazione e carriera universitaria:

- 1989: *Laurea in Matematica*, votazione: 110/110 e lode, Università di Genova, Italia. Tesi di Teoria dei Numeri Computazionale intitolata “Codici a chiave pubblica ed algoritmi di primalità”.
- 1994: *Dottorato di Ricerca in Matematica*, Università di Torino, Italia. Dissertazione in Teoria Analitica dei Numeri intitolata “La congettura di Goldbach”.
- 1998: *Ricercatore Universitario a tempo Indeterminato in Analisi Matematica (MAT/05)*, dal 26/08/1998. Conferma nel ruolo dei Ricercatori di Analisi Matematica (MAT/05), dal 26/03/2002.
- 2006: *Idoneità per il ruolo di Professore Associato di Analisi Matematica (MAT/05)*, giugno 2006. Presa di servizio quale Professore Associato di Analisi Matematica (MAT/05), primo ottobre 2006. Conferma nel ruolo di Professore Associato di Analisi Matematica (MAT/05), primo ottobre 2009.
- 2020: *Abilitato per il settore concorsuale 01/A3 - Analisi Matematica, Probabilità e Statistica Matematica - Prima fascia - 30/06/2020*.

**Borse di studio e di ricerca:** Vincitore delle seguenti Borse di Studio.

- Marzo 1991 - Novembre 1994: Borsa di studio del dottorato di ricerca (Università di Torino).
- Marzo 1996 - Febbraio 1997: Borsa di studio C.N.R. “ricerca” n. 201.01.121.
- Marzo 1997 - Giugno 1997: Borsa di studio C.N.R. “ricerca” n. 201.01.123.
- Luglio 1997 - Agosto 1998: Borsa di studio post-dottorato dell’Università di Genova.

### Attività organizzative italiane e internazionali, commissioni

**Attività internazionali:** Oltre alle attività seminariali ed i congressi che si trovano in altra sezione, scrivo qui i comitati scientifici di cui ho fatto, o faccio, parte.

- Dal 2005 partecipo come docente e tutor all’Erasmus Mundus Master “ALGANT” (ALgebra, Geometry And Number Theory) organizzato dalle Università di Bordeaux (Francia), Parigi Sud (Parigi 11, Francia), Leiden (Paesi Bassi), Milano e Padova. Per il Dottorato di Ricerca sono presenti anche partner extra-europei: Chennai (India), Stellenbosch (Sud Africa), Montreal Concordia (Canada).
- Membro del Comitato Scientifico della mostra “Numeri. Tutto quello che conta, da zero a infinito”, curatore C. Bartocci, Palazzo delle Esposizioni, Roma, 16/10/2014 - 31/05/2015.
- Membro del Program Committee del congresso “Number Theory Methods in Cryptology (NuTMiC)”, 11-13 September 2017, Warsaw University, Poland; <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-319-76620-1>.

**Attività organizzative e di alta formazione:** da novembre 2007 a maggio 2011 sono stato Rappresentante dell’Area Matematica presso la Facoltà di Statistica dell’Università di Padova.

- nel 2007 la fondazione CARIPARO ha finanziato una borsa di studio di Dottorato in Matematica su un tema vincolato da me proposto.
- nel luglio 2009 sono stato nominato membro della “Commissione Assegni di Ricerca” (CAR) dell’Area 01 - Scienze Matematiche, Università di Padova per l’a.a. 2009/2010.
- nel 2010 ho curato la realizzazione della modalità on-line del Precorso di Matematica per la Facoltà di Scienze Statistiche, Università di Padova, mediante l’utilizzo del software dedicato WeBWork <http://webwork.maa.org>.
- da febbraio ad aprile 2011 ho fatto parte della “Commissione Nuovo Dipartimento” del Dipartimento di Matematica Pura e Applicata, Università di Padova.
- da giugno 2009 al 2011 ho fatto parte della “Commissione Pagine Web” del Dipartimento di Matematica Pura e Applicata, Università di Padova.
- nel periodo gennaio 2012-maggio 2013 sono stato il coordinatore della “Commissione Comunicazione Esterna ” del Dipartimento di Matematica di cui sono stato membro fino al 2014.

- da gennaio 2008 alla data odierna ho fatto ininterrottamente parte del Collegio dei Docenti della Scuola di Dottorato in Matematica dell'Università di Padova.

**Commissioni d'esame e di concorso:** Oltre ad aver partecipato a varie commissioni d'esame di Laurea della Facoltà di Statistica e della Facoltà di Scienze MM.FF.NN. dell'Università di Padova in qualità di membro o presidente di commissione, sono stato Commissario nelle seguenti occasioni:

- Novembre 2006: Esame di Ammissione alla Scuola di Dottorato in Matematica dell'Università di Padova;
- Gennaio 2007: Esame Finale per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in Matematica dell'Università di Torino, candidato Dr. Stefano Barbero.
- Novembre 2007: Esame di Ammissione alla Scuola di Dottorato in Matematica dell'Università di Padova per il tema vincolato "Il problema del logaritmo discreto" finanziato dalla fondazione CARIPARO di Padova.
- Luglio 2009: Referente della Facoltà di Scienze Statistiche per la valutazione dei candidati alla posizione di Tutor presso tale Facoltà per l'a.a. 2009-2010.
- 2009: Valutazione dei "Progetti per Assegni di Ricerca" per l'Area 01 Matematica, Università di Padova.
- Novembre 2010: Esame Finale per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in Matematica dell'Università di Trento, candidato Dr. Luca Goldoni.
- 2014: Commissario per la conferma in ruolo di Prof. Associati (settore MAT/05; concorso 11/07/2008, Univ. Padova); nomina con decreto ministeriale del 17/12/2013.
- 2016: Componente Commissione giudicatrice per il concorso INDAM, intitolato a "Ing. Giorgio Schirillo", a n.2 posti di collaborazione ad attività di ricerca, a.a. 2016-2017.
- Aprile 2017: Esame Finale per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in Matematica dell'Università di Ferrara, Modena, Parma, Reggio Emilia, candidato Dr. Marco Cantarini.
- Marzo 2019: Esame Finale per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in Matematica dell'Università di Ferrara, Modena, Parma, Reggio Emilia, candidato Dr. Mattia Cafferata.

### Didattica

**Corsi innovativi proposti e creati:** "Crittografia", poi "Cryptography", poi confluito in "Cybersecurity and Cryptography: principles and practice". Questo corso è stato da me proposto e creato nel 2003 per portare queste tematiche di applicazioni della Teoria dei Numeri algebrica, elementare, analitica e computazionale, da me conosciute a partire dal 1988, all'interno dell'offerta didattica di Padova. A parte un anno sabbatico, sono stato l'unico titolare di tale corso presso l'Ateneo padovano. Dal 2005 il corso è stato mutuato da corsi di laurea internazionali, per cui da allora l'ho insegnato in lingua inglese, e da vari corsi di Laurea in Ingegneria e Informatica. Da allora, oltre cinquecento studenti di varia nazionalità, europea e extraeuropea, e formazione di base (matematica, informatica, ingegneria informatica e telecomunicazioni) hanno potuto conoscere le basi di quanto è oggi un aspetto pervasivo della nostra società. A supporto di tale corso ho scritto due testi, in collaborazione con A. Zaccagnini: "Introduzione alla Crittografia" [3] e "Manuale di Crittografia" [4] entrambi editi da Hoepli. Ho anche divulgato tali tematiche all'interno del Progetto Lauree Scientifiche per il Veneto, per il quale ho curato la pubblicazione, con A. Zaccagnini, del testo "Crittografia" [2], edito da CLEUP.

**Titolarità:** Sono stato titolare dei seguenti corsi:

- **a.a. 1999/2000:** "Analisi Matematica Uno", (modulo A), corso di Diploma in Informatica, Facoltà di Scienze MM.FF.NN., Università di Padova.
- **da a.a. 2001/2002 a a.a. 2003/2004:** "Matematica B (Algebra Lineare, Geometria e Calcolo Differenziale in più variabili)", corso di Laurea in Ingegneria Informatica (teledidattica), Facoltà di Ingegneria, Università di Padova.
- **a.a. 2003/2004:** "Teoria dei Numeri B", Laurea in Matematica, Facoltà di Scienze MM.FF.NN., Università di Padova.
- **a.a. 2004/2005:** "Metodi Matematici per la Statistica", Laurea Specialistica in Statistica, Facoltà di Statistica, Università di Padova.
- **a.a. 2006/2007-2007/2008:** "Istituzioni di Analisi Matematica 1", Laurea Triennale in Statistica, Facoltà di Statistica, Università di Padova.
- **a.a. 2005/2006-2006/2007 e da a.a. 2008/2009 a a.a. 2011/2012:** "Istituzioni di Analisi Matematica 2", Laurea Triennale in Statistica, Facoltà di Statistica, Università di Padova.
- **da a.a. 2003/2004 a a.a. 2011/2012; da a.a. 2013/2014 a a.a. 2019/2020:** "Crittografia", Laurea Specialistica (e poi Magistrale) in Matematica ed in Informatica, Erasmus Mundus Master ALGANT, Facoltà di Scienze MM.FF.NN. e poi Scuola di Scienze, Università di Padova. Dal 2005/2006 il corso è tenuto in lingua inglese. Nel 2017/2018 il corso è mutuato anche dalla Scuola di Ingegneria, Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria per le comunicazioni multimediali e internet (ICT for internet and multimedia), classe di Ingegneria delle telecomunicazioni.
- **da a.a. 2013/2014 a a.a. 2019/2020:** "Analisi Matematica Uno", Laurea Triennale in Ingegneria Chimica e dei Materiali, Scuola di Ingegneria, Università di Padova.
- **a.a. 2020/2021:** "Cybersecurity and Cryptography: principles and practice", (in lingua inglese), Laurea Magistrale in Cybersecurity, Scuola di Scienze, Università di Padova. Mutuato dalle Lauree Magistrali in Matematica, ALGANT e Informatica della Scuola di

Scienze, e dalla Laurea Magistrale in Ingegneria per le comunicazioni multimediali e internet (ICT for internet and multimedia) e Ingegneria Informatica della Scuola di Ingegneria, Università di Padova.

- **a.a. 2020/2021:** “Fondamenti di Analisi Matematica 2”, (matricole dispari), Laurea Triennale in Ingegneria Meccanica, Scuola di Ingegneria, Università di Padova.

**Dottorati di Ricerca:** Sono stato titolare o ho collaborato ai seguenti corsi di Dottorato:

- **a.a. 1998/1999:** Dottorato di ricerca in Matematica dell’Università di Padova: corso intitolato “Introduzione alla funzione  $\zeta$  di Riemann”.
- **a.a. 1998/1999:** Dottorato di ricerca in Matematica dell’Università di Genova (in consorzio con Università e Politecnico di Torino): corso, in collaborazione con il Prof. A. Perelli (Univ. di Genova), intitolato “Introduzione alla teoria dei numeri computazionale ed alla crittografia”.
- **a.a. 2001/2002 e 2004/2005:** Dottorato di ricerca in Statistica dell’Università di Padova: corso, in collaborazione con la Prof. G. Treu (Univ. di Padova), intitolato “Analisi Funzionale”.
- **a.a. 2005/2006:** Scuola di Dottorato in Matematica dell’Università di Padova: corso intitolato “Introduzione alla funzione  $\zeta$  di Riemann”.
- **a.a. 2007/2008:** Scuola di Dottorato in Matematica dell’Università di Padova: corso intitolato “Funzioni  $L$  di Dirichlet e Teoria dei Crivelli”.
- **a.a. 2015/2016:** Scuola di Dottorato in Matematica dell’Università di Parma, consorzio Ferrara-Parma. Minicorso intitolato “Diophantine problems with prime numbers”, maggio-giugno 2016.

**Corsi di Master:** Sono stato titolare del seguente corso:

- **a.a. 2002/2003, 2003/2004:** “Un’introduzione alla Teoria dei Numeri e applicazioni alla Crittografia” (14 h), Master in Matematica Applicata, Facoltà di Ingegneria, Università di Padova.

**Collaborazioni didattiche e attività di supporto:** Ho collaborato alla didattica per i seguenti corsi:

- **a.a. 1996/1997 e 1997/1998:** sostegno alla didattica per il corso “Geometria e Calcolo Numerico”, Facoltà di Ingegneria, Università di Genova.
- **da a.a. 1998/1999 a a.a. 2000/2001:** collaborazione didattica sul corso “Matematica Generale”, Diploma Universitario in Statistica, Facoltà di Statistica, Università di Padova.
- **da a.a. 2001/2002 a a.a. 2004/2005:** collaborazione didattica sui corsi “Istituzioni di Analisi Matematica I e II”, Lauree Triennali in Statistica, Facoltà di Statistica, Università di Padova.
- **a.a. 2005/2006:** collaborazione didattica sul corso “Istituzioni di Analisi Matematica I”, Lauree Triennali in Statistica, Facoltà di Statistica, Università di Padova.
- **a.a. 2005/2006 e a.a. 2008/2009:** collaborazione didattica sul corso “Metodi Matematici per la Statistica”, Laurea Specialistica in Statistica, Facoltà di Statistica, Università di Padova.
- **a.a. 2009/2010-2011/2012:** collaborazione didattica sul corso “Analisi Matematica”, Laurea Magistrale in Statistica, Facoltà di Statistica, Università di Padova.

**Relatore di tesi di Laurea (v.o., triennali, magistrali):** Sono stato relatore di 36 Tesi di Laurea in Teoria dei Numeri, sia per quanto riguarda aspetti teorici che computazionali [n. 4 tesi di laurea vecchio ordinamento; n. 12 tesi di laurea specialistica; n. 9 tesi di laurea magistrale; n. 10 tesi di laurea triennale; n. 1 tesi di diploma universitario]. Gli argomenti spaziano da questione teoriche di Teoria Analitica ed Elementare dei numeri (teorema dei numeri primi, congettura di Goldbach, crivello largo, problemi dei primi gemelli) a questioni applicative (protocolli crittografici, crittografia omomorfa, crittografia con curve ellittiche, algoritmi di primalità, algoritmi di fattorizzazione).

- relatore, in collaborazione con il Prof. M. Ancona, Università di Genova, della tesi di Laurea in Matematica di A. Caruzzo intitolata “Un approccio computazionale alla congettura di Goldbach e problemi collegati”. (1998)
- relatore, in collaborazione con il Prof. M. Ancona, Università di Genova, della tesi di Laurea in Matematica di F. Motosso intitolata “Aritmetica intera estesa ed applicazioni alla Teoria dei Numeri”. (1999)
- relatore, in collaborazione con la Prof. S. Dulli, Università di Padova, della tesi di Diploma in Statistica e Informatica per la Gestione delle Imprese di N. Orsatti intitolata “Algoritmi in linguaggio C per la rappresentazione di alcuni frattali”. (2000)
- relatore della tesi di Laurea (triennale) in Statistica e Gestione delle Imprese di N. Orsatti intitolata “Alcuni aspetti della Crittografia”. (2002)
- relatore, in collaborazione con il Prof. G. Filé, Università di Padova, della tesi di Laurea (triennale) in Informatica di C. Zanini intitolata “Protocolli di identificazione: Kerberos e sue estensioni mediante la crittografia a chiave pubblica”. (2003)
- relatore della tesi di Laurea (triennale) in Matematica di A. Morra intitolata “Curve ellittiche su campi finiti: alcune applicazioni alla crittografia”. (2004)
- relatore, in collaborazione con il Prof. G. Filé, Università di Padova, della tesi di Laurea (triennale) in Informatica di L. Stoppa intitolata “Kerberos e la crittografia a Chiave Pubblica”. (2005)

- relatore della tesi di Laurea (triennale) in Matematica di V. Settimi intitolata "Pseudocasualità e crittografia: alcuni metodi". (2005)
- relatore della tesi di Laurea (triennale) in Matematica di D. Cricco intitolata "Il Crivello Quadratico di Pomerance". (2005)
- relatore della tesi di Laurea in Matematica (vecchio ordinamento) di D. Alessio intitolata "Reticoli: aspetti algoritmici e loro applicazioni crittografiche". (2006)
- relatore della tesi di Laurea in Matematica (vecchio ordinamento) di L. Doni intitolata "Crittografia classica e moderna: alcuni metodi". (2006)
- relatore, in collaborazione con il Prof. B. Chiarellotto, Università di Padova, della tesi di Laurea Specialistica in Matematica di C. Anghel (studente ALGANT) intitolata "The Elliptic Curve Discrete Logarithm Problem". (2007)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica di T. Majumdar (studente ALGANT) intitolata "On the Large Sieve". (2008)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica di U. Frasson (svolta in stage esterno presso l'azienda Elaide) intitolata "Secure Hash Standard: Aspetti implementativi". (2008)
- relatore della tesi di Laurea Triennale in Matematica di E. Zonta intitolata "Codici, fattorizzazione e primalità con curve ellittiche". (2008)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica, in collaborazione con il Prof. R. Colpi, Università di Padova, di M. Placci intitolata "Crittanalisi del sistema RSA tramite frazioni continue". (2008)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica di S. Bettin intitolata "Alcuni problemi equivalenti all'Ipotesi di Riemann". (2008)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica di V. Gauthier (studente ALGANT) intitolata "On some polynomial-time primality algorithms". (2008)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica di L. Corsi intitolata "Alcuni algoritmi per il Logaritmo Discreto". (2009)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica di L. Maggiolo intitolata "Crivelli dei Campi di Numeri". (2009)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica di F. Melgrani intitolata "L'algoritmo di Schoof". (2010)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica di E. Scipioni intitolata "Alcuni attacchi a RSA e sue varianti". (2010)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica, in collaborazione con il Prof. R. Cramer, Università di Leiden e CWI Amsterdam (Paesi Bassi), di D. Orlandi intitolata "A Note on Lossy Trapdoor Functions from Smooth Homomorphic Hash Proof Systems". (2011)
- relatore della tesi di Laurea Specialistica in Matematica, in collaborazione con il Prof. R. Cramer, Università di Leiden e CWI Amsterdam (Paesi Bassi), di A. Astolfi intitolata "On Proving Permutations in Zero-Knowledge". (2011)
- relatore della tesi di Laurea Triennale in Matematica, di R. Tonon intitolata "Sulla dimostrazione elementare del Teorema dei Numeri Primi". (2012)
- relatore della tesi di Laurea Triennale in Matematica, di G. Di Salvo intitolata "Alcune proprietà della trasformata di Mellin". (2012).
- relatore della tesi di Laurea Magistrale in Matematica di S. Lippiello intitolata "Sulla crittografia omomorfa", (2013).
- co-relatore, in collaborazione con M. Garuti e L. Zapponi, della tesi di Laurea Magistrale in Matematica di L. Covolo intitolata "Crittografia su curve iperellittiche", (2013).
- relatore della tesi di Laurea Magistrale in Matematica, di S. Zuliani intitolata "Il decimo problema di Hilbert". (2014).
- relatore della tesi di Laurea Magistrale in Matematica di M.T. Damir (studente ALGANT) intitolata "Bounded gaps between primes". (2015).
- relatore della tesi di Laurea Magistrale in Matematica di A. Cracco intitolata "Sul Crivello Quadratico". (2015).
- relatore della tesi di Laurea Magistrale in Matematica di R. Tonon intitolata "Sulla pair-correlation conjecture di Montgomery". (2015).
- relatore, in collaborazione con C. Novelli, della tesi di Laurea Magistrale in Matematica di A. Mazzoran intitolata "Curve ellittiche e applicazioni". (2016).
- relatore della tesi di Laurea Magistrale in Matematica di D. Mastrostefano intitolata "Su recenti risultati relativi a piccole distanze tra primi consecutivi". (2017).
- relatore, in collaborazione con G. Castagnos (Univ. Bordeaux) della tesi di Laurea Magistrale in Matematica di D. Ciaffi intitolata "A provably secure variant of NTRU cryptosystem". (2018).

#### Attività di divulgazione

**Conferenze divulgative, interviste, partecipazione a documentari:** Elenco per anno tali attività:

- **1998:** conferenza per la sezione di Padova dell'associazione "Mathesis" intitolata "Una breve introduzione alla crittografia".
- **2001:** - Intervista su "Steganografia e Crittografia" nel programma di divulgazione scientifica "Il sommergibile" di V. Masotti, trasmesso dalla Radio Svizzera Italiana il 02/10/2001; <http://www.math.unipd.it/~languasc/divulgazione/Il-Sommergibile.mp3>;  
- Intervista su "Trasmissioni e codici cifrati" nel programma "GR-Scienza" di S. Sciancalepore, trasmesso dal consorzio radiofonico BluSat il 18/10/2001.
- **2005-2007:** ho partecipato al Progetto Lauree Scientifiche coordinando il progetto "Crittografia" per quattro diverse Scuole

Superiori del Veneto.

- **2009:** durante il convegno “Advances in Number Theory and Geometry”, Verbania, sono stato intervistato da U. Rondi per il documentario RAI intitolato “Caccia ai numeri primi”.
- **2010:** Ho presentato la conferenza “Comunicazione sicura nell’era di Internet”, per la serie di conferenze “Eppur si Muove”.
- **2012:** Ho presentato la conferenza “Dai messaggi cifrati di Cesare alla comunicazione sicura nell’era di Internet”, per la serie di conferenze “Caffè & Scienza” organizzate dal Circolo ARCI “La mela di Newton”.
- **2014:** Sono stato membro del Comitato Scientifico della mostra “Numeri. Tutto quello che conta, da zero a infinito”, curatore C. Bartocci, Palazzo delle Esposizioni, Roma, 16/10/2014 - 31/05/2015. Ho scritto la sezione 11 intitolata “I numeri primi” del volume di presentazione della mostra ed i pannelli relativi.
- **2016:** “Ma la matematica non è un’opinione”, Intervista per “Il Bo”, giornale dell’Università di Padova, che prende spunto da come vengono presentate le notizie relative a (presunte) scoperte scientifiche.
- **2018:** Intervista di S. Camisasca per Agorà (pagina culturale del quotidiano Avvenire) pubblicata il 21-02-2018 e riguardante il ruolo della Crittografia nella società odierna.
- **2018:** Intervista di S. Camisasca per Agorà (pagina culturale del quotidiano Avvenire) pubblicata il 04-04-2018 e riguardante come l’esempio del lavoro di Ramanujan sia importante per capire il ruolo della matematica nella nostra società attuale.
- **2019:** Intervista di S. Camisasca il quotidiano Avvenire pubblicata il 20-02-2019 e riguardante l’influenza della matematica nella nostra società.
- **2020:** Intervento sulla vita e le opere di Ramanujan e di Hardy all’interno di “La scienza al cinema” (serie di proiezioni di film su temi scientifici organizzata dal Piano Lauree Scientifiche a Padova) a commento del film “L’uomo che vide l’infinito” di M. Brown.

### Ricerca

#### Awards:

2003: Distinguished Award, Hardy-Ramanujan Society.

**Online Encyclopedia of Integer Sequences:** Fondata nel 1964 da N.J.A. Sloane, contiene un grande numero di dati sulle sequenze intere; per una descrizione dettagliata dei suoi scopi si rimanda alla loro pagina di benvenuto. Alcuni miei contributi scientifici sono citati in tale enciclopedia; essi sono:

- A000466:  $a(n) = 4n^2 - 1$ ;
- A002375: From Goldbach conjecture: number of decompositions of  $2n$  into an unordered sum of two odd primes;
- A073010: Decimal expansion of  $\pi/\sqrt{27}$ .
- A135311: A greedy sequence of prime offsets.
- A161529: Decimal expansion of negative of constant  $M(3, 1)$  arising in Mertens and Meissel-Mertens constants for sums over arithmetic progression.
- A187549: Arises in a Diophantine problem with one prime, two squares of primes and  $s$  powers of two.
- A309520: Primes  $p$  for which  $h_1(p)/G(p)$  has a record value.
- A335576: Decimal expansion of Mertens constant  $C(5, 2)$ .
- A336798: Decimal expansion of Mertens constant  $C(5, 3)$ .
- A336802: Decimal expansion of the constant  $\Pi(5, 1)$ .
- A338462: Decimal expansion of the constant  $\Pi(5, 4)$ .
- A340127: Decimal expansion of  $\prod_{p \equiv 4 \pmod 5} p^2/(p^2 - 1)$ .
- A340628: Decimal expansion of  $\prod_{p \equiv 4 \pmod 5} (p^2 + 1)/(p^2 - 1)$ .
- A340629: Decimal expansion of  $\prod_{p \equiv 1 \pmod 5} (p^2 + 1)/(p^2 - 1)$ .
- A340711: Decimal expansion of  $\prod_{p \equiv 3 \pmod 5} (p^2 + 1)/(p^2 - 1)$ .
- A340839: Decimal expansion of Mertens constant  $C(5, 1)$ .
- A340866: Decimal expansion of Mertens constant  $C(5, 4)$ .

#### Comitati scientifici:

- Sono stato membro del Comitato Scientifico della mostra “Numeri. Tutto quello che conta, da zero a infinito”, curatore C. Bartocci, Palazzo delle Esposizioni, Roma, 16/10/2014 - 31/05/2015.
- membro del comitato di programma (PC) della conferenza “Number Theory Methods in Cryptology” (NuTMiC), International conference Number Theory Methods in Cryptology, September 11-13, 2017, Warsaw University, Poland, proceedings pubblicati in <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-319-76620-1>.
- Membro del comitato organizzatore del convegno “La Decifris incontra Torino”; Politecnico di Torino, 14/10/2019.

**Partecipazioni a Progetti di Ricerca:** Elenco i progetti di ricerca di interesse nazionale o locale di cui sono stato membro.

- PRIN 2000, MM01118441\_001, Funzioni L e numeri primi, Università degli Studi di Genova;
- PRIN 2002, 2002018334\_001, Funzioni L e problemi Diofantei Additivi, Università degli Studi di Genova;
- PRIN 2004, 2004010549\_001, Funzioni L e problemi Diofantei Additivi, Università degli Studi di Genova;

- PRIN 2006, 2006018391\_004, Geometria aritmetica : teorie p-adiche e motivi, Università degli Studi di Padova;
- PRIN 2008, 2008LMSMTY\_005, Metodi differenziali p-adici e motivi, Università degli Studi di Padova;
- CARIPARO 2008-2009, "Eccellenza", Differential Methods in Arithmetic, Geometry and Algebra, Università degli Studi di Padova;
- PRIN 2010-2011, 20105LL47Y\_001, Geometria algebrica aritmetica e teoria dei numeri, Università degli Studi di Padova;
- PRIN 2015, 2015XBNXYC\_002, Number Theory and Arithmetic Geometry, Università degli Studi di Padova;
- PRIN 2017, 2017JTLHJR\_002, Geometric, algebraic and analytic methods in arithmetic, Università degli Studi di Padova.

#### **Collaborazione con riviste:**

##### **Membro del comitato editoriale:**

- Membro del comitato editoriale di Open Mathematics, ISSN 2391-5455, dal 01/09/2016.
- Membro del comitato editoriale di Indian Journal of Mathematics, ISSN 0019-5324, dal 01/01/2019.
- **2003-2005:** Managing editor (diffusione e sviluppo della versione elettronica) per la rivista "Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università di Padova".

##### **Reviewer:**

Dal **1997**: Reviewer per la rivista "Mathematical Reviews" per le classi: 11M (teoria analitica delle funzioni zeta e  $L$ ), 11N (teoria moltiplicativa dei numeri), 11P (teoria additiva dei numeri e partizioni), per un totale di 56 recensioni (fino al 30 giugno 2021).

#### **Referee per le riviste (in ordine alfabetico):**

Acta Arithmetica;	Journal of Inequalities and Applications;
Acta Mathematica Hungarica;	Journal of Mathematical Analysis and Applications;
Analysis, Geometry and Number Theory;	Journal of Number Theory;
Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing;	Mathematics of Computation;
Applied Mathematics E-Notes;	Mathematica Slovaca;
Atti della Accademia Peloritana dei Pericolanti - Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali;	Mathematika;
Bollettino dell'Unione Matematica Italiana;	Missouri Journal of Mathematical Sciences;
Bulletin of the Allahabad Mathematical Society;	Monatshäfte für Mathematik;
Canadian Mathematical Bulletin;	Open Mathematics;
Communications in Algebra;	Quarterly Journal of Mathematics;
Complex Variables and Elliptic Equations;	Publicationes Mathematicae Debrecen;
Electronic Research Archive;	Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università di Padova;
Functiones et Approximatio, Commentarii Mathematici;	Rendiconti del Seminario Matematico dell'Università di Torino;
Indian Journal of Mathematics;	Rendiconti per gli studi Economici Quantitativi dell'Università di Venezia;
International Journal of Number Theory;	Rivista di Matematica della Università di Parma;
Journal of Algebra and its Applications;	Taiwanese Journal of Mathematics;
Journal of Algebra, Number Theory and Applications;	The Ramanujan Journal.

#### **Partecipazione a Conferenze e Convegni:**

- Gennaio 1995: Incontro Italiano di Teoria dei Numeri, Roma, Italia, (speaker).
- Luglio 1997: Arithmetical Theory of Elliptic Curves, CIME Course, Cetraro (Cs), Italia.
- Marzo 1999: Matematica e Cultura, Venezia, Italia.
- Luglio 2002: Analytic Number Theory, CIME Course, Cetraro (Cs), Italia.
- Luglio 2003: Journées Arithmétiques 2003, Graz, Austria.
- Novembre 2003: Secondo Incontro Italiano di Teoria dei Numeri, Parma, Italia, (speaker).
- Luglio 2005: Journées Arithmétiques 2005, Marseille, Francia.
- Maggio 2006: Italian-Polish Number Theory Days, Poznań, Polonia (invited speaker).
- Luglio 2006: Special Session in Number Theory of the SIMAI-SMAI-SMF-UMI meeting, Torino, Italia.
- Luglio 2007: Journées Arithmétiques 2007, Edimburgo, Regno Unito, (speaker).
- Settembre 2007: Arithmetic Geometry, CIME Course, Cetraro (Cs), Italia.
- Maggio 2008: Analytic Number Theory Workshop, Parma, Italia, (invited speaker).
- Settembre 2008: A p-adic differential equations: a conference in honor of Gilles Christol, Bressanone (Italia).
- Aprile 2009: Advances in Number Theory and Geometry, Verbania (Italy).
- Maggio 2009: La Teoria dei Numeri, Università di Roma Tre, Roma (Italy), (invited speaker).
- Marzo 2010: International Italy-India Conference on Diophantine and Analytic Number Theory, Scuola Normale Superiore, Pisa (Italy), (invited speaker).

- Agosto-Settembre 2010: Analytic and Combinatorial Number Theory, ICM satellite conference, Institute of Mathematical Sciences, Chennai (India), (invited speaker).
- Ottobre 2010: Number Theory and its applications, An International Conference Dedicated to Kálmán Györy, Attila Pethő, János Pintz, András Sárközy, Institute of Mathematics, University of Debrecen, Hungary, (invited speaker).
- Febbraio 2011: From  $p$ -adic differential equations to arithmetic-algebraic geometry, on the occasion of Francesco Baldassarri's 60th birthday, 3-5 February 2011, Padova, Italy.
- Agosto 2011: Paul Turán Memorial Conference, 22-26 August 2011, Budapest, Hungary.
- Settembre 2011: Congresso UMI, 12-16 Settembre 2011, Bologna, Italy (chairman di sezione).
- Luglio 2013: Paul Erdős Memorial Conference, 01-05 Luglio 2013, Budapest, Hungary.
- Settembre 2015: Terzo Incontro Italiano di Teoria dei Numeri, Scuola Normale Superiore, Pisa (Italy), (invited speaker), proceedings [25].
- Novembre 2016, Workshop di Teoria dei Numeri, Dipartimento di Matematica, Università di Torino, (invited speaker).
- Marzo 2021: Number Theory Online (invited speaker), <https://www.numbertheoryonline.org/>.

### Studenti di Dottorato:

- Sono stato Advisor della Tesi di Dottorato in Matematica della Dott.ssa Valentina Settimi, intitolata "On some additive problems with primes and powers of a fixed integer".
- Sono stato Co-advisor della Tesi di Dottorato in Matematica della Dott.ssa Antonella Rossi (advisor: Prof. Alessandro Zaccagnini), Dottorato in Matematica, Consorzio Universitario Milano-Insubria-Parma-Trieste.
- Ho collaborato alla tesi di Dottorato in Matematica del Dott. Marco Cantarini (2016) e del Dott. Alessandro Gambini (2017), Consorzio Universitario Modena-Ferrara-Parma.

### Monografie, descrizione dell'attività scientifica e pubblicazioni

**Monografie:** 2004: Ho pubblicato in collaborazione con A. Zaccagnini dell'Università di Parma, il testo "Introduzione alla Crittografia", [3], Hoepli editrice.

2006: Ho pubblicato in collaborazione con A. Zaccagnini dell'Università di Parma, il testo "Crittografia", [2], CLEUP, per il Progetto Lauree Scientifiche per il Veneto.

2015: Ho pubblicato in collaborazione con A. Zaccagnini dell'Università di Parma, il testo "Manuale di Crittografia", [4], Hoepli editrice.

2017: Ho pubblicato il testo "Analisi Matematica 1", [1], Hoepli editrice.

### Attività scientifica

In totale la mia produzione scientifica, considerando gli articoli scientifici già pubblicati (58), i preprints (6), le monografie (4) e le web-pubblicazioni (4), consta di 72 lavori. Ho scritto anche n. 5 dispense didattiche per alcuni dei corsi che ho tenuto o a cui ho collaborato (elencate nella sezione "Altre pubblicazioni" insieme alle Tesi di Laurea e di Dottorato di Ricerca).

Il mio settore di ricerca principale è la Teoria analitica dei numeri. In particolare ho rivolto la mia attenzione ai problemi additivi con numeri primi ed alla distribuzione degli zeri delle funzioni  $\zeta$  di Riemann e  $L$  di Dirichlet. In alcuni casi mi sono anche interessato degli aspetti computazionali collegati. Nel seguito descrivo alcuni dei filoni principali di ricerca che ho seguito in questi anni. La descrizione delle problematiche sotto riportate è, giocoforza, schematica; maggiori dettagli sono disponibili nel file <https://www.math.unipd.it/~languasc/lavoripdf/list-abstracts.pdf> che riporta gli abstract dei miei lavori pubblicati.

**Congettura di Goldbach:** Un mio filone principale di ricerca riguarda lo studio della Congettura di Goldbach. Nel 1742, in due lettere indirizzate ad Euler, Goldbach congetturò che "*ogni intero  $n$  pari,  $n > 2$ , è somma di due numeri primi*". Talvolta per congettura di Goldbach si intende anche l'affermazione più debole: "*ogni intero  $n$  pari,  $n$  sufficientemente grande, è somma di due numeri primi*".

Entrambi i problemi sono, allo stato attuale della ricerca, irrisolti. Chiamerò numeri di Goldbach gli interi pari che sono somma di due numeri primi. Alcuni dei miei lavori riguardano lo studio di risultati parziali sulla congettura di Goldbach. Tra di essi alcuni (i lavori [68], [66] e [54]) riguardano lo studio delle eccezioni a questo problema: ossia, denominato  $E = \{n \in \mathbb{N}; n \text{ non è numero di Goldbach}\}$  e detto  $X$  un parametro, ci si chiede quale sia la cardinalità dell'insieme "eccezionale"  $E(X) = E \cap (1, X)$  oppure dell'insieme "eccezionale in intervalli corti"  $E(X, H) = E \cap (X, X + H)$ , dove  $X$  ed  $H$  sono supposti sufficientemente grandi, ma  $H$  è di ordine di grandezza inferiore rispetto ad  $X$ . Risultati significativi sono quelli in cui si prova che  $|E(X)| = o(X)$  oppure  $|E(X, H)| = o(H)$  per  $X \rightarrow +\infty$ . In particolare il lavoro [54] riguarda lo studio dell'insieme eccezionale in intervalli corti senza assumere alcuna ipotesi analitica sulla distribuzione degli zeri non-banali delle funzioni  $L$  di Dirichlet. Un altro tipo di risultato parziale riguarda la distribuzione in intervalli corti dei numeri di Goldbach. Ossia ci si chiede quanto deve essere lungo un intervallo del tipo  $(X, X + H)$ , dove  $X$  ed  $H$  sono supposti sufficientemente grandi, ma  $H$  è di ordine di grandezza inferiore rispetto ad  $X$ , per essere certi che ivi sia contenuto un numero di Goldbach. Alcuni di essi dipendono da congetture analitiche sulla distribuzione degli zeri delle funzioni  $\zeta$  di Riemann e  $L$  di Dirichlet (quali l'Ipotesi di Riemann generalizzata). Ho dimostrato risultati di questo genere nei lavori [65], [63] e [57].

La tecnica adottata per provare i risultati sulla distribuzione dei numeri di Goldbach usa il metodo del cerchio di Hardy, Ramanujan e Littlewood ed è essenzialmente collegata a due fondamentali quantità analitiche: l'Integrale di Selberg (che consente uno studio della distribuzione dei numeri primi) e una media  $L^2$  troncata del polinomio trigonometrico  $\sum_{n \leq x} \Lambda(n) e(n\alpha)$ , dove  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $e(\tau) = \exp(2\pi i \tau)$  e  $\Lambda(n)$  è la funzione di von Mangoldt (che conta, con un peso logaritmico, i primi e le potenze prime). Lo studio di tali quantità ha portato quindi a formulare risultati indipendenti dalla congettura di Goldbach ma ad essa collegabili. Il lavoro [60] riguarda tali argomenti.

**Formula esplicita per i numeri primi:** Sono stato attratto anche da problemi “lateral” a quanto detto sopra. Nello studio delle proprietà della distribuzione dei numeri primi uno strumento fondamentale è la “formula esplicita” per la funzione di Čebicev  $\psi(x) = \sum_{n \leq x} \Lambda(n)$ . Tale formula consente di collegare la distribuzione dei numeri primi alla distribuzione degli zeri non-banali della funzione  $\zeta$  di Riemann. Nel lavoro [64] si è studiata una variante “pesata” di tale formula che potesse avere ricadute sulla distribuzione dei numeri di Goldbach in intervalli corti. Nel lavoro [58] se ne è studiata, con tecniche analoghe, una variante, la formula di Landau, collegante gli zeri non-banali della funzione  $\zeta$  di Riemann alla funzione di von Mangoldt.

**Il problema additivo di Hardy-Littlewood:** Nel 2001-2002 ho anche studiato l'insieme eccezionale in intervalli corti del problema additivo di Hardy-Littlewood; ossia quello che si occupa della distribuzione degli interi scrivibili come somma di un numero primo e di una potenza naturale di un numero intero. Il lavoro [53] riguarda questo problema.

Nel 2008, in collaborazione con A. Zaccagnini, ho affrontato il problema di determinare la validità di una formula asintotica per la somma in intervalli corti del numero di rappresentazioni di un intero come somma di un primo e di una potenza di un intero, lavoro [46].

In seguito mi sono ancora occupato del problema di Hardy-Littlewood. In particolare ho studiato l'insieme eccezionale in intervalli corti di tale problema assumendo la validità dell'Ipotesi Generalizzata di Riemann. L'articolo [44] riguarda tale argomento.

**Media delle rappresentazioni dei numeri di Goldbach e di Hardy-Littlewood:** In questa serie di problemi ho innovato inserendo alcuni pesi all'interno dello studio dell'andamento asintotico e delle formule esplicite per il numero di rappresentazioni dei numeri di Goldbach, di Hardy-Littlewood e di loro generalizzazioni. Il problema con le medie di Cesàro era nuovo e lo ho sviluppato nell'estate del 2010; la tecnica utilizzata è basata sulle trasformate di Laplace anziché sul metodo del cerchio e ha riportato in auge questa tecnica alternativa per lo studio di problemi additivi che era stata poco usata dopo i contributi ad altri problemi che Walfisz, negli anni '50 del secolo scorso, aveva apportato. Nel 2010 poi chiesto a Zaccagnini di unirsi allo studio del problema in modo da poter più efficientemente trattare tutti i vari problemi che discendevano dall'impostazione generale da me sviluppata.

Nel 2010, in collaborazione con A. Zaccagnini, ho lavorato sull'andamento in media del numero di rappresentazioni di un intero pari come somma di due numeri primi (lavoro [37]). Il lavoro è stato citato nella “On-Line Encyclopedia of Integer Sequences” al numero A002375. In particolare, abbiamo migliorato il termine d'errore della formula esplicita che lega tali medie con gli zeri della funzione zeta di Riemann. Nel 2016, con A. Zaccagnini, ho esteso l'applicabilità del metodo usato in [37] al caso in cui si effettui una media con peso di Cesàro su intervalli corti per le rappresentazioni di un intero come somma di due numeri primi.

Nel 2012, in collaborazione con A. Zaccagnini, ho continuato lo studio dell'andamento in media del numero di rappresentazioni di un intero pari come somma di due numeri primi (lavoro [30]) introducendo questa volta il classico peso di Cesàro. Si ottengono interessanti formule esplicite, ossia che collegano le quantità aritmetiche sopra dette a somme sugli zeri non-banali della funzione zeta di Riemann; tali zeri sono pesati con la funzione Gamma di Euler.

Con una tecnica analoga, ma maggiormente complicata dalla presenza delle funzioni di Bessel di ordine complesso (tale ordine dipende dagli zeri non banali della zeta di Riemann), in collaborazione con A. Zaccagnini, abbiamo studiato l'andamento pesato mediante il peso di Cesàro del numero di rappresentazioni di un intero come somma di un numero primo e del quadrato di un intero, lavoro [32].

In seguito abbiamo migliorato e generalizzato il metodo usato in [30] e [32] dimostrando la validità di una formula esplicita per gli interi rappresentabili come somma di due potenze prime, lavoro [16] o come somma di una potenza prima e di un quadrato, lavoro [17]. Ne abbiamo mostrato anche l'applicabilità al problema di Goldbach in intervalli corti, lavoro [22].

**Congettura di Montgomery:** La congettura di Montgomery assume la validità dell'Ipotesi di Riemann e riguarda l'ordine di grandezza di una funzione costruita mediante una somma sulle coppie delle parti immaginarie di tali zeri (detta “funzione di correlazione a coppie”). A più riprese a partire dal 1998, si veda [63], ho studiato l'influenza di tale congettura sulla distribuzione dei numeri di Goldbach.

Nel 2000, in collaborazione con A. Perelli, abbiamo mostrato l'equivalenza tra la formulazione asintotica della Congettura di Montgomery e l'asintotica per le somme esponenziali sui primi coinvolte nelle applicazioni del metodo del cerchio a problemi additivi. Nel 2013, in collaborazione con Zaccagnini, sono tornato su questo problema affinando tali risultati nel senso di rendere esplicite le connessioni tra i vari termini d'errore, si veda [31].

Nel 2010-2011 in collaborazione con A. Perelli ed A. Zaccagnini, ho lavorato sulla connessione tra i termini di errore per la funzione di correlazione a coppie degli zeri della funzione  $\zeta$  di Riemann e per la media dei primi in intervalli corti (lavoro [34]).

Nel 2012-13, in collaborazione con A. Perelli ed A. Zaccagnini, ho studiato una forma generalizzata della funzione di correlazione



a coppie degli zeri della funzione  $\zeta$  di Riemann che permetta lo studio di medie “corte” per i numeri primi in intervalli corti (lavoro [26]). In seguito abbiamo dimostrato la validità di tale generalizzazione in alcuni intervalli dei parametri principali ed abbiamo raffinato ulteriormente il collegamento con la distribuzione dei numeri primi in intervalli corti (lavoro [21]).

**Approssimazione diofantea con numeri primi e potenze prime:** La principale innovazione inserita in questi lavori è l’inserimento di stime  $L^2$  per le somme esponenziali sui numeri primi, o su potenze prime, all’interno del classico metodo di Davenport-Heilbronn, come ammodernato da Vaughan. Questo ha consentito di estendere l’ampiezza dell’intervallo in cui si riesce a determinare l’esistenza del termine principale per le quantità cercate, rendendo quindi più efficiente il metodo stesso. Per alcuni problemi ho anche implementato un algoritmo di Pintz-Ruzsa per lo studio di valori estremali della somma esponenziale sulle potenze di 2. Tutte queste innovazioni sono state recepite dalla copiosa letteratura scientifica successiva e costituiscono ora uno standard nell’uso del metodo di Davenport-Heilbronn per questi problemi.

Nel 2008, in collaborazione con A. Zaccagnini, ho studiato il problema di valutare le soluzioni della forma lineare formata con primi e potenze di due:  $\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \mu_1 2^{m_1} + \dots + \mu_s 2^{m_s}$ , in cui i coefficienti  $\lambda_i, \mu_j$  sono fissati. Abbiamo migliorato la stima per il numero di potenze di due necessarie ad assicurare l’approssimabilità di un qualunque numero reale mediante i valori raggiunti da tale forma lineare (articolo [42]). Il lavoro è stato citato nella “On-Line Encyclopedia of Integer Sequences” al numero A187549. Nello stesso periodo, in collaborazione con V. Settimi, ho studiato il problema di valutare le soluzioni della forma lineare formata con primi e potenze di due:  $\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2^2 + \lambda_3 p_3^2 + \mu_1 2^{m_1} + \dots + \mu_s 2^{m_s}$ , in cui i coefficienti  $\lambda_i, \mu_j$  sono fissati. Abbiamo sensibilmente migliorato la stima per il numero di potenze di due necessarie ad assicurare l’approssimabilità di un qualunque numero reale mediante i valori raggiunti da tale forma lineare (articolo [35]). Il lavoro è stato citato nella “On-Line Encyclopedia of Integer Sequences” al numero A187549.

Più recentemente in collaborazione con A. Zaccagnini, ho migliorato un risultato sull’approssimabilità di numeri reali con forme del tipo  $\lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2^2 + \lambda_3 p_3^2 + \lambda_4 p_4^2$ , (articolo [36]), su altri problemi diofantei con numeri primi e potenze prime (articolo [27]) nonché problemi con forme miste in potenze di primi (articolo [33]). Nel 2018 sono tornati a lavorare su questi problemi; in una collaborazione comprendente A. Gambini e A. Zaccagnini, abbiamo migliorato alcuni nostri risultati su problemi di approssimazione diofantea con numeri primi, articolo [19].

**Formule asintotiche in media per problemi additivi con numeri primi e potenze prime:** Negli anni immediatamente successivi al 2010, mi sono reso conto che questo problema era affrontabile con le tecniche delle somme esponenziali e adattando il metodo del cerchio. Le principali problematiche da affrontare erano la mancanza di stime per le somme esponenziali su potenze prime. Queste somme esponenziali sono anche utili nello studio di problemi di approssimazione diofantea con numeri primi e potenze prime descritti in altro paragrafo.

Questo ha portato nel 2014, in collaborazione con A. Zaccagnini, a dimostrare, sotto l’assunzione dell’Ipotesi di Riemann, l’esistenza, in ogni intervallo di lunghezza logaritmica, di interi esprimibili come somma di un numero primo e di due quadrati di primi, lavoro [29]. Più precisamente abbiamo mostrato che in tali intervalli vale una formula esplicita per il numero di rappresentazioni di tali interi.

Nello stesso periodo, con A. Zaccagnini, ho affrontato il problema della rappresentabilità di interi come somma di un primo e di un quadrato, o di un quadrato di un primo; ciò ha portato alla stesura dei due lavori [24] e [28] in cui dimostriamo la validità in intervalli corti di opportune formule asintotiche per la media del numero di rappresentazioni di un intero come somma due addendi di cui uno è un numero primo (o un suo quadrato) ed l’altro è un quadrato di un intero (o un quadrato di un primo). Inoltre abbiamo generalizzato l’approccio in [24] e [28] a problemi binari di densità  $\leq 1$ , lavoro [20].

Nel 2017-18, in collaborazione con A. Zaccagnini, abbiamo affrontato altri problemi classici in teoria additiva dei numeri quali quelli della somma di quattro cubi di primi (lavoro [18]), diminuendo sensibilmente l’ampiezza dell’intervallo corto in cui se ne ha l’esistenza, e di una potenza prima e due quadrati (lavoro [13]).

Ulteriori miglioramenti di tali risultati sono stati ottenuti raffinando le tecniche già usate in precedenza. Si sono così ottenuti risultati in media per il problema di Waring-Goldbach con  $s$  addendi e migliorato i risultati su problemi binari con potenze prime [15] (in collaborazione con A. Zaccagnini). In una collaborazione comprendente M. Cantarini, A. Gambini, e A. Zaccagnini abbiamo affrontato un problema ternario avente come addendi potenze prime, [14].

**Altri problemi additivi:** Nel 2005-2006 ho lavorato in collaborazione con J. Pintz e A. Zaccagnini sul problema di rappresentare gli interi come somma di due primi e di un certo numero di potenze di due, lavoro [48]. Il risultato, molto forte, permette di far vedere che perturbare il problema di Goldbach con una sola potenza di due permette di ottenere stime per l’insieme eccezionale di tale problema perturbato che, allo stato dell’arte, sono irraggiungibili per il problema di Goldbach.

Ho anche scritto, insieme ad A. Zaccagnini, un articolo che migliora i termini d’errore di una formula esplicita, valida assumendo l’Ipotesi Generalizzata di Riemann, per la funzione che conta il numero di rappresentazioni di un intero come somma di  $k \geq 5$  primi, [38].

**Il prodotto di Mertens sulle progressioni aritmetiche:** Nel 2005-2006, con A. Zaccagnini ho studiato una versione per il prodotto di Mertens nelle progressioni aritmetiche che è uniforme nel modulo  $q$  della progressione stessa, lavoro [49]; fino ad allora non erano disponibili risultati uniformi in  $q$ . Abbiamo mostrato che la formula asintotica di  $\prod_{p \leq x; p \equiv a \pmod q} (1 - 1/p)$  per

$x \rightarrow +\infty$  vale uniformemente su  $q$  fino ad un certo limite che dipende dalle note stime sulle regioni prive di zeri delle funzioni  $L$  di Dirichlet. Inoltre detta  $C(q, a)$  la costante che governa il primo termine di tale formula asintotica, ne abbiamo determinato una formula esplicita e calcolabile. La centralità del prodotto di Mertens all'interno della Teoria dei numeri primi ha reso molto usati nella letteratura successiva sia questo articolo che quelli computazionali dedicati al calcolo di  $C(q, a)$ . L'articolo, o sue parti, è citato nella "On-Line Encyclopedia of Integer Sequences" ai numeri A335576-A336798-A340711-A340839-A340866.

Nel 2007, in collaborazione con A. Zaccagnini, ho continuato lo studio del prodotto di Mertens nelle progressioni aritmetiche ottenendo delle stime in media del termine d'errore, articolo [47]. Abbiamo anche esaminato il problema di ottenere alcune formulazioni alternative della costante di Mertens, [43]; il lavoro è citato nella "On-Line Encyclopedia of Integer Sequences" ai numeri A336802-A338462-A340127-A340628-A340629-A340711-A340839-A340866. In altro paragrafo descrivo gli aspetti computazionali collegati a questi problemi.

**Articoli computazionali:** Come ho già descritto precedentemente, in collaborazione con A. Zaccagnini ho affrontato il problema di determinare la costante che governa il termine asintotico nel prodotto di Mertens sulle progressioni aritmetiche. Dal punto di vista computazionale, nel 2008-2009, ne abbiamo calcolato gli effettivi valori numerici, perlomeno per tutte le progressioni aritmetiche di modulo  $q \leq 100$ , con una precisione di almeno 100 cifre decimali, articolo [45]. Il lavoro è stato inserito nella "On-Line Encyclopedia of Integer Sequences" al numero A340711; i risultati computazionali qui ottenuti sono anche menzionati ai numeri A340127-A340839-A340866.

Sempre nel 2009, in collaborazione con A. Zaccagnini, nel lavoro [41] abbiamo studiato le costanti presenti nelle formule asintotiche delle somme di Mertens e di Meissel-Mertens:

$$\sum_{p \equiv a \pmod q} \left( \log\left(1 - \frac{1}{p}\right) + \frac{1}{p} \right) \quad \text{e} \quad \sum_{\substack{p \leq x \\ p \equiv a \pmod q}} \frac{1}{p} \frac{\log \log x}{\varphi(q)} + M(q, a) + \mathcal{O}_q\left(\frac{1}{\log x}\right), \quad \text{per } x \rightarrow \infty.$$

Il caso  $q = 3$ ,  $a = 1$ , della formula precedente è stato inserito nella "On-Line Encyclopedia of Integer Sequences" al numero A161529.

Nel 2019 ho rilasciato il lavoro [11], che riguarda lo sviluppo di un algoritmo alternativo a quelli noti per la valutazione delle costanti di Euler-Kronecker per campi ciclotomici. Ho confermato i risultati noti di altri ricercatori (ma il mio algoritmo è differente, usa funzioni che hanno ordine di grandezza esponenzialmente minore, il che implica una precisione maggiore nei risultati finali, e che possono essere calcolate con complessità computazionale dimezzata) ed esteso la conoscenza dei risultati numerici relativi a tali costanti fornendole per ogni primo  $q$ ,  $3 \leq q \leq 10^6$ . Ho anche determinato nuovi controesempi alla congettura di Ihara sulla positività di tali costanti; tali controesempi sono legati a numeri primi dell'ordine dei 10 miliardi, ossia 10 volte più grandi dei precedenti esempi noti; tali dimensioni costituiscono una notevole sfida computazionale per i noti algoritmi di calcolo della Fast Fourier Transform e le risorse hardware attualmente a disposizione. Il lavoro è stato citato nella "On-Line Encyclopedia of Integer Sequences" al numero A135311.

In seguito, nel 2020, in collaborazione con L. Righi, ho sviluppato un algoritmo efficiente per il calcolo della funzione Gamma di Ramanujan-Deninger (lavoro [10]); tale algoritmo ha importanti ricadute anche sul calcolo delle costanti di Euler-Kronecker perché ne migliora esponenzialmente la velocità di calcolo rispetto a quanto precedentemente possibile. Inserendo questo algoritmo di calcolo delle funzione Gamma di Ramanujan-Deninger all'interno dello studio delle costanti di Euler-Kronecker abbiamo ottenuto un ulteriore controesempio alla congettura di Ihara precedentemente menzionata; questa volta esso è legato ad un numero primo dell'ordine dei 50 miliardi, ossia circa 50 volte più grande rispetto agli esempi noti prima dei miei contributi. Abbiamo anche potuto estendere il calcolo di ogni costante di Euler-Kronecker fino a raggiungere ogni primo  $q$ ,  $3 \leq q \leq 10^7$ .

Più recentemente (2019-2020) mi sono occupato di studiare numericamente la validità delle disuguaglianze di Littlewood per  $|L(1, \chi)|$  (lavoro [12]),  $\chi$  carattere primitivo non banale di Dirichlet modulo  $q$ ,  $q$  primo,  $3 \leq q \leq 10^7$ .

Inoltre ho studiato, in collaborazione con Y. Lamzouri, l'ordine di grandezza di  $\min_{\chi \neq \chi_0} |L'/L(1, \chi)|$ ,  $\chi$  primitivo (lavoro [9]). Il risultato con Lamzouri è il primo che permette di fornire maggiorazioni teoriche su  $\min_{\chi \neq \chi_0} |L'/L(1, \chi)|$ ; inoltre in una parte computazionale, forniamo anche stime dal basso quando  $3 \leq q \leq 10^7$ ,  $q$  primo. Queste stime computazionali permettono anche di provare che  $L'(1, \chi) \neq 0$  per ogni carattere non banale  $\chi \pmod q$ ,  $3 \leq q \leq 10^7$ ,  $q$  primo, e di fornire la base per congetturare opportune minorazioni per  $|L'/L(1, \chi)|$ ; un problema aperto.

Nel 2019, in collaborazione con P. Moree, S. Saad Eddin e A. Sedunova, ho studiato il comportamento del rapporto di Kummer  $r(q)$  tra il primo fattore del numero delle classi di un campo ciclotomico  $\mathbb{Q}(\zeta_q)$ ,  $q$  primo,  $q \geq 3$ , con il suo atteso ordine di grandezza; la parte computazionale del lavoro, in forma preliminare, è disponibile in questo preprint [5]. In tale parte computazionale troviamo nuovi punti estremi per  $r(q)$ . Il lavoro è stato citato nella "On-Line Encyclopedia of Integer Sequences" al numero A309520.

Nel 2020, in collaborazione con T.S. Trudgian, lavoro [8], ho mostrato la validità delle stime di Lamzouri-Li-Soundararajan per  $|L(1, \chi)|$ ,  $\chi \pmod q$ , carattere di Dirichlet non banale, per ogni  $q \geq 404$  (il precedente risultato le mostrava valide per  $q \geq 10^{10}$ ). Con una parte computazionale abbiamo poi esteso il range di validità fino a  $q \geq 3$ .

Sempre nel 2020, in collaborazione con M. Migliardi, ho inoltre migliorato gli algoritmi esistenti per il calcolo della funzione multinomiale di Dirichlet, si veda [6] (in forma preliminare); una quantità utile per interpretare rilevazioni statistiche di dati sperimentali in vari campi applicati, tra cui la genomica.

Nel 2021 sto collaborando con A. Ciolan e P. Moree su un problema di comparazione della validità delle formule asintotiche di Landau e di Ramanujan per la funzione che conta il numero di interi  $n$  per cui  $q \nmid \sigma_k(n)$ , dove  $q$  è un numero primo e  $\sigma_k(n)$  è la funzione dei divisori di  $n$ , [7].

**Miscellanea di altri problemi affrontati:** Nel 2001 ho collaborato, con un risultato riguardante la distribuzione della funzione  $\varphi$  di Euler e la distribuzione della funzione  $\Omega(n)$  (che conta con molteplicità il numero di fattori primi di  $n$ ), al lavoro [55].

Nel 2004-2005 ho studiato il problema di rappresentare gli interi come somma di un primo e di un intero privo di potenze  $k$ -esime. Il lavoro [50] riguarda tale argomento.

Nello 2009-2010, in collaborazione con D. Bazzanella e A. Zaccagnini, ho studiato il problema di determinare per quali  $\lambda > 1$  esiste una proporzione positiva di intervalli del tipo  $(p, p + \lambda \log X]$ ,  $p$  primo, e  $(m, m + \lambda \log X]$ ,  $m$  intero e  $X$  parametro sufficientemente grande, in cui esiste almeno un numero primo oppure non esiste alcun numero primo. Nel lavoro [39], sviluppiamo una tecnica per stimare i momenti di primi su intervalli del tipo  $(p, p + h]$ ,  $p$  primo e  $h \leq X$ , e questo nuovo ingrediente consente di ottenere stime che migliorano quelle note da più di vent'anni.

Nel 2009 ho collaborato con A. Perelli ed A. Zaccagnini al fine di dimostrare la validità in intervalli corti della formula asintotica di Montgomery-Hooley per la media quadratica della distribuzione dei primi in progressioni aritmetiche. Il lavoro è il numero [40].

**Articoli di rassegna:** Il lavoro [67] è un survey riguardante la Congettura di Goldbach contenente i risultati presentati nella mia Tesi di Dottorato. Il lavoro [52] è un survey che riguarda la presentazione di due risultati sulla congettura di Goldbach e sulla congettura di Hardy-Littlewood. Il lavoro [25] è un survey che riguarda l'uso di somme esponenziali infinite nel metodo del cerchio.

### Articoli divulgativi e monografie

Mi sono anche occupato, a più riprese, di divulgazione con particolare attenzione agli aspetti della Teoria dei Numeri maggiormente legati a discipline computazionali ed applicative. I lavori [61], [62], [59], [56] riguardano tale aspetto. In seguito ho collaborato con A. Zaccagnini ad una monografia [3] dedicata alle applicazioni crittografiche della Teoria dei Numeri. Una seconda monografia su tali argomenti, che non solo aggiorna il nostro testo del 2004, ma lo estende ampiamente inserendo la descrizione di nuovi algoritmi e di ulteriori tecniche crittografiche, scritta sempre in collaborazione con A. Zaccagnini, è stata pubblicata nel 2015 [4]. Tale monografia è stata citata nella "On-Line Encyclopedia of Integer Sequences" al numero A000466.

Inoltre, su invito del centro PRISTEM-Bocconi, in collaborazione con A. Zaccagnini, ho scritto una serie di articoli divulgativi (identificati da [69], [70], [71] e [72]) su vari aspetti della primalità. Nel 2017, in collaborazione con A. Zaccagnini, ho scritto un articolo divulgativo sulla disciplina della Teoria dei Numeri, [23] per la rivista "Sapere", la più antica rivista di divulgazione scientifica italiana.

Nel 2005 ho scritto una colonna dedicata al problema dei primi gemelli per il giornale "La Voz de Almeria" (n. [51]). Nel 2005-2007 ho coordinato il modulo di Crittografia per il "Progetto Nazionale Lauree Scientifiche" per il Veneto. La pubblicazione [2], sviluppata in collaborazione con A. Zaccagnini, riguarda il materiale preparato a tale scopo.

Nel 2016-17, basandomi su parte del materiale accumulato per la didattica nei vent'anni precedenti, ho redatto il testo [1] riguardante un primo corso di Analisi Matematica.

**Altre Abilità:** Come programmatore, a scopo lavorativo, di divertimento e di ricerca ho scritto programmi usando i seguenti linguaggi di programmazione: EDL (IBM series/1 event driven language), Fortran IV, Fortran 77, MS-DOS Basic, Cobol, Digital PDP-11 Assembler, Pascal, Modula-2, LISP, C. Più recentemente ho imparato ad usare alcuni linguaggi di scripting tra cui python e quelli di PARI/GP e di MAXIMA. Queste abilità sono risultate utili nell'attività di ricerca su problemi computazionali descritti precedentemente.

### Produzione scientifica

#### Monografie:

- [1] A. Languasco. *Analisi Matematica I*. Ulrico Hoepli editore, 2017. <http://www.hoepli.it/libro/analisi-matematica-1/9788820380823.html>.
- [2] A. Languasco and A. Zaccagnini. *Crittografia*. CLEUP, Padova, 2006. Progetto Lauree Scientifiche per il Veneto.
- [3] A. Languasco and A. Zaccagnini. *Introduzione alla Crittografia*. Ulrico Hoepli Editore, 2004.
- [4] A. Languasco and A. Zaccagnini. *Manuale di Crittografia*. Ulrico Hoepli Editore, 2015. <http://www.hoepli.it/libro/manuale-di-crittografia/9788820366902.html>.

#### Articoli in preparazione:

- [5] A. Languasco, P. Moree, S. Saad Eddin, and A. Sedunova. Computation of the Kummer ratio of the class number for prime cyclotomic fields. *Arxiv*, 2019. <http://arxiv.org/abs/1908.01152v3>.
- [6] A. Languasco and M. Migliardi. Efficient computation of the Dirichlet-multinomial log-likelihood function and applications. 2020. <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.32923.28962>.
- [7] A. Ciolan, A. Languasco, and P. Moree. Landau and Ramanujan approximations for divisor sums and coefficients of cusp forms. 2021.

**Articoli sottoposti per la pubblicazione:**

- [8] A. Languasco and T.S. Trudgian. Uniform effective estimates for  $|L(1, \chi)|$ . *Arxiv*, 2020. <https://arxiv.org/abs/2011.08348>.

**Articoli in corso di pubblicazione:**

- [9] Y. Lamzouri and A. Languasco. Small values of  $|L'/L(1, \chi)|$ . *Experimental Mathematics*, 2021. <http://arxiv.org/abs/2005.10714>, <https://doi.org/10.1080/10586458.2021.1927255>.
- [10] A. Languasco and L. Righi. A fast algorithm to compute the Ramanujan-Deninger Gamma-function and some number-theoretic applications. *to appear in Math. Comp.*, 2021. <http://arxiv.org/abs/2005.10046>, <https://doi.org/10.1090/mcom/3668>.

**Articoli pubblicati (in ordine cronologico inverso):**

- [11] A. Languasco. Efficient computation of the Euler-Kronecker constants for prime cyclotomic fields. *Research in Number Theory*, 7:1–22, 2021. <http://dx.doi.org/10.1007/s40993-020-00213-1>, MR:4194178, ZBL:07304549.
- [12] A. Languasco. Numerical verification of Littlewood's bounds for  $|L(1, \chi)|$ . *Journal of Number Theory*, 223:12–34, 2021. <https://doi.org/10.1016/j.jnt.2020.12.017>, MR:4213696, ZBL:07329220.
- [13] A. Languasco and A. Zaccagnini. Sum of one prime power and two squares of primes in short intervals. *Rocky Mountain Journal of Mathematics*, 51:213–224, 2021. <https://doi.org/10.1216/rmj.2021.51.213>, MR:, ZBL:.
- [14] M. Cantarini, A. Gambini, A. Languasco, and A. Zaccagnini. On a average ternary problem with prime powers. *The Ramanujan Journal*, 53:155–166, 2020. <https://doi.org/10.1007/s11139-019-00237-x>, MR:4148463, ZBL:07176138.
- [15] A. Languasco and A. Zaccagnini. Short intervals asymptotic formulae for binary problems with prime powers, II. *J. Aus. Math. Soc.*, 109:351–370, 2020. <http://doi.org/10.1017/S1446788719000120>, MR:4190085, ZBL:07286548.
- [16] A. Languasco and A. Zaccagnini. A Cesàro average for an additive problem with prime powers. In *Proceedings of the conference "Number Theory Week", Poznań, September 4–8, 2017. Banach Center Publications, Institute of Mathematics, Polish Academy of Sciences, Warszawa*, volume 118, pages 137–152, 2019. <http://dx.doi.org/10.4064/bc118-9>, MR:3931260, ZBL:07087893.
- [17] A. Languasco and A. Zaccagnini. A Cesàro average for generalised Hardy-Littlewood numbers. *Kodai Mathematical Journal*, 42:358–375, 2019. <https://doi.org/10.2996/kmj/1562032834>, MR:3981309, ZBL:07108016.
- [18] A. Languasco and A. Zaccagnini. Sums of four prime cubes in short intervals. *Acta Math. Hungar.*, 159:150–163, 2019. <http://doi.org/10.1007/s10474-019-00973-y>, MR:4003700, ZBL:07119764.
- [19] A. Gambini, A. Languasco, and A. Zaccagnini. A diophantine approximation problem with two primes and one k-power of a prime. *Journal of Number Theory*, 188:210–228, 2018. <https://doi.org/10.1016/j.jnt.2018.01.002>, MR:3778631, ZBL:06855844.
- [20] A. Languasco and A. Zaccagnini. Short intervals asymptotic formulae for binary problems with prime powers. *Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux*, 30:609–635, 2018. <https://doi.org/10.5802/jtnb.1041>, MR:3891329, ZBL:3A07081564.
- [21] A. Languasco, A. Perelli, and A. Zaccagnini. An extended pair-correlation conjecture and primes in short intervals. *Trans. A.M.S.*, 369(6):4235–4250, 2017. <https://doi.org/10.1090/tran/6835>, MR:3624407, ZBL:06698813.
- [22] A. Languasco and A. Zaccagnini. Cesàro average in short intervals for Goldbach numbers. *Proc. A.M.S.*, 145(10):4175–4186, 2017. <https://doi.org/10.1090/proc/13645>, MR:3690604, ZBL:06767077.
- [23] A. Languasco and A. Zaccagnini. Il fascino discreto della teoria dei numeri. *Sapere*, 1:22–26, 2017. <http://www.saperescienza.it/>, <http://dx.doi.org/10.12919/sapere.2017.01.3>.
- [24] A. Languasco and A. Zaccagnini. Short intervals asymptotic formulae for binary problems with primes and powers, I: density  $3/2$ . *The Ramanujan Journal*, 42:371–383, 2017. <http://dx.doi.org/10.1007/s11139-016-9805-1>, MR:3596938, ZBL:06692048.
- [25] A. Languasco. Applications of some exponential sums on prime powers: a survey. In *Proceedings of the "Terzo Incontro Italiano di Teoria dei Numeri", Scuola Normale Superiore, Pisa, 21-24 Settembre 2015. Rivista di Matematica della Università di Parma*, volume 7, pages 19–37, 2016. MR:3675401, ZBL:06760984.
- [26] A. Languasco, A. Perelli, and A. Zaccagnini. An extension of the pair-correlation conjecture and applications. *Mathematical Research Letters*, 23(1):201–220, 2016. <http://dx.doi.org/10.4310/MRL.2016.v23.n1.a10>, MR:3512883, ZBL:06609432.
- [27] A. Languasco and A. Zaccagnini. A Diophantine problem with prime variables. In V. Kumar Murty, D. S. Ramana, and R. Thangadurai, editors, *Highly Composite: Papers in Number Theory, Proceedings of the International Meeting on Number Theory, celebrating the 60th Birthday of Professor R. Balasubramanian (Allahabad, 2011)*, volume 23 of *Ramanujan Math. Soc. Lect. Notes Ser.*, pages 157–168. Ramanujan Math. Soc., Mysore, 2016. MR:3692733.
- [28] A. Languasco and A. Zaccagnini. Short intervals asymptotic formulae for binary problems with primes and powers, II: density 1. *Monatsh. Math.*, 181:419–435, 2016. <http://dx.doi.org/10.1007/s00605-015-0871-z>, MR:3539942, ZBL:1350.11089.
- [29] A. Languasco and A. Zaccagnini. Sum of one prime and two squares of primes in short intervals. *Journal of Number Theory*, 159:45–58, 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jnt.2015.07.010>, MR:3412711, ZBL:06497366.
- [30] A. Languasco and A. Zaccagnini. A Cesàro Average of Goldbach numbers. *Forum Mathematicum*, 27:1945–1960, 2015. <http://dx.doi.org/10.1515/forum-2012-0100>, MR:3365783, ZBL:06458901.

- [31] A. Languasco and A. Zaccagnini. Explicit relations between primes in short intervals and exponential sums over primes. *Functiones et Approximatio, Commentarii Mathematici*, 51:379–391, 2014. <http://dx.doi.org/10.7169/facm/2014.51.2.9>, MR:3282634, ZBL:06380131.
- [32] A. Languasco and A. Zaccagnini. A Cesàro Average of Hardy-Littlewood numbers. *J. Math. Anal. Appl.*, 401:568–577, 2013. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2012.12.046>, MR:3018008, ZBL:06156267.
- [33] A. Languasco and A. Zaccagnini. On a ternary diophantine problem with mixed powers of primes. *Acta Arithmetica*, 159:345–362, 2013. <http://dx.doi.org/10.4064/aa159-4-4>, MR:3080797, ZBL:06184261.
- [34] A. Languasco, A. Perelli, and A. Zaccagnini. Explicit relations between pair correlation of zeros and primes in short intervals. *J. Math. Anal. Appl.*, 394:761–771, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmaa.2012.04.058>, MR:2927496, ZBL:06062862.
- [35] A. Languasco and V. Settimi. On a Diophantine problem with one prime, two squares of primes and  $s$  powers of two. *Acta Arithmetica*, 154:385–412, 2012. <http://dx.doi.org/10.4064/aa154-4-4>, MR:2949876, ZBL:06055436.
- [36] A. Languasco and A. Zaccagnini. A Diophantine problem with a prime and three squares of primes. *Journal of Number Theory*, 132:3016–3028, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jnt.2012.06.015>, MR:2965205, ZBL:06097276.
- [37] A. Languasco and A. Zaccagnini. The number of Goldbach representations of an integer. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 140:795–804, 2012. <http://dx.doi.org/10.1090/S0002-9939-2011-10957-2>, MR:2869064, ZBL:1252.11078.
- [38] A. Languasco and A. Zaccagnini. Sums of many primes. *J. Number Theory*, 132:1265–1283, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jnt.2011.11.004>, MR:2899803, ZBL:06031097.
- [39] D. Bazzanella, A. Languasco, and A. Zaccagnini. Prime numbers in logarithmic intervals. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 362:2667–2684, 2010. <http://dx.doi.org/10.1090/S0002-9947-09-05009-0>, MR:2584615, ZBL:1200.11072.
- [40] A. Languasco, A. Perelli, and A. Zaccagnini. On the Montgomery-Hooley theorem in short intervals. *Mathematika*, 52:231–243, 2010. <http://dx.doi.org/10.1112/S0025579310000628>, MR:2678027, ZBL:1238.11087.
- [41] A. Languasco and A. Zaccagnini. Computing the Mertens and Meissel-Mertens constants for sums over arithmetic progressions. *Experimental Mathematics*, 19:279–284, 2010. With an appendix by Karl K. Norton. <http://dx.doi.org/10.1080/10586458.2010.10390624>, MR:2743571, ZBL:06074851.
- [42] A. Languasco and A. Zaccagnini. On a Diophantine problem with two primes and  $s$  powers of two. *Acta Arith.*, 145:193–208, 2010. <http://dx.doi.org/10.4064/aa145-2-7>, MR:2733083, ZBL:1222.11049.
- [43] A. Languasco and A. Zaccagnini. On the constant in the Mertens product for arithmetic progressions. I. Identities. *Functiones et Approximatio, Commentarii Mathematici*, 42:17–27, 2010. <http://dx.doi.org/10.7169/facm/1269437065>, MR:2640766, ZBL:1206.11112.
- [44] A. Languasco. A conditional result on the exceptional set for Hardy-Littlewood numbers in short intervals. *International Journal of Number Theory*, 5:933–951, 2009. <http://dx.doi.org/10.1142/S179304210900247X>, MR:2569737, ZBL:1251.11068.
- [45] A. Languasco and A. Zaccagnini. On the constant in the Mertens product for arithmetic progressions. II. Numerical values. *Math. Comp.*, 78:315–326, 2009. <http://dx.doi.org/10.1090/S0025-5718-08-02148-0>, MR:2448709, ZBL:1214.11108.
- [46] A. Languasco and A. Zaccagnini. On the Hardy-Littlewood problem in short intervals. *Int. J. Number Theory*, 4:715–723, 2008. <http://dx.doi.org/10.1142/S179304210800164X>, MR:2458837, ZBL:1251.11069.
- [47] A. Languasco and A. Zaccagnini. Some estimates for the average of the error term of the Mertens product for arithmetic progressions. *Funct. Approx. Comment. Math.*, 38:41–47, 2008. <http://dx.doi.org/10.7169/facm/1229624650>, MR:2433787, ZBL:1233.11100.
- [48] A. Languasco, J. Pintz, and A. Zaccagnini. On the sum of two primes and  $k$  powers of two. *Bull. London Math. Soc.*, 39:771–780, 2007. <http://dx.doi.org/10.1112/blms/bdm062>, MR:2365226, ZBL:1137.11066.
- [49] A. Languasco and A. Zaccagnini. A note on Mertens’ formula for arithmetic progressions. *Journal of Number Theory*, 127:37–46, 2007. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jnt.2006.12.015>, MR:2351662, ZBL:1210.11105.
- [50] A. Languasco. On the sum of a prime and a  $k$ -free number. *Functiones et Approximatio, Commentarii Mathematici*, 34:19–26, 2005. <http://www.staff.amu.edu.pl/~fa/XXXIV/fa-34-1-019.pdf>, MR:2269661, ZBL:1228.11156.
- [51] A. Languasco. Primos Gemelos. *La Voz de Almeria, Seccion Matematica*, 2005. (pubblicato il 04/09/2005 in lingua spagnola, traduzione di Juan Cuadra Diaz).
- [52] A. Languasco. The exceptional set in short intervals for two additive problems with primes: a survey. *Riv. Mat. Univ. Parma* (7), 3\*:223–231, 2004. MR:2128851, ZBL:1166.11348.
- [53] A. Languasco. On the exceptional set for Hardy-Littlewood’s numbers in short intervals. *Tsukuba J. Math.*, 28:169–192, 2004. [https://tsukuba.repo.nii.ac.jp/?action=repository\\_uri&item\\_id=18386&file\\_id=17&file\\_no=1](https://tsukuba.repo.nii.ac.jp/?action=repository_uri&item_id=18386&file_id=17&file_no=1), MR:2082228, ZBL:1068.11066. *Corrigendum ibid.*, [https://tsukuba.repo.nii.ac.jp/?action=repository\\_uri&item\\_id=29695&file\\_id=17&file\\_no=1](https://tsukuba.repo.nii.ac.jp/?action=repository_uri&item_id=29695&file_id=17&file_no=1), Tsukuba Journal of Mathematics, **30** (2006), 237–240, MR:2248294, ZBL:1201.11095.
- [54] A. Languasco. On the exceptional set of Goldbach’s problem in short intervals. *Monatsh. Math.*, 141:147–169, 2004. <http://dx.doi.org/10.1007/s00605-003-0038-1>, MR:2037990, ZBL:1059.11059.
- [55] A. Languasco, F. Menegazzo, and M. Morigi. On the composition length of finite primitive linear groups. *Arch. Math.*, 79:408–417, 2002. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02638376>, MR:1966776, ZBL:1015.20034.

- [56] A. Languasco and A. Perelli. Crittografia e firma digitale. In M. Emmer and M. Manaresi, editors, *Matematica, Arte, Tecnologia, Cinema*, pages 99–106, Bologna, 2002. Springer-Verlag, Milano. trad. inglese in *Mathematics, Art, Technology, and Cinema*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2003.
- [57] D. Bazzanella and A. Languasco. On the asymptotic formula for Goldbach numbers in short intervals. *Studia Sci. Math. Hungar.*, 36:185–199, 2000. <http://dx.doi.org/10.1556/SScMath.36.2000.1-2.14>, MR:1768230, ZBL:0973.11089.
- [58] J. Kaczorowski, A. Languasco, and A. Perelli. A note on Landau’s formula. *Funct. Approx. Comment. Math.*, 28:173–186, 2000. Dedicated to Włodzimierz Staś on the occasion of his 75th birthday. <http://www.staff.amu.edu.pl/~fa/XXVIII/fa-28-1-173.pdf>, MR:1824002, ZBL:1034.11049.
- [59] A. Languasco. An Introduction to Cryptography. *Queen’s Papers in Pure and Applied Mathematics*, 119(121-140), 2000. in The Curves Seminar at Queen’s, vol. 13, ed. da A.V. Geramita.
- [60] A. Languasco. Some refinements of error terms estimates for certain additive problems with primes. *J. Number Theory*, 81:149–161, 2000. <http://dx.doi.org/10.1006/jnth.1999.2468>, MR:1743499, ZBL:1003.11047.
- [61] A. Languasco and A. Perelli. Numeri Primi e Crittografia. In M. Emmer, editor, *Matematica e Cultura 2000*, pages 227–233, Venezia, 2000. Springer-Verlag, Milano. trad. inglese in *Mathematics and Culture I*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2003.
- [62] A. Languasco and A. Perelli. Pair correlation of zeros, primes in short intervals and exponential sums over primes. *J. Number Theory*, 84:292–304, 2000. <http://dx.doi.org/10.1006/jnth.2000.2511>, MR:1796516, ZBL:0973.11081.
- [63] A. Languasco. A conditional result on Goldbach numbers in short intervals. *Acta Arith.*, 83:93–103, 1998. <https://eudml.org/doc/207117>, MR:1490641, ZBL:0940.11045.
- [64] A. Languasco. A note on primes and Goldbach numbers in short intervals. *Acta Math. Hungar.*, 79:191–206, 1998. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1006553707162>, MR:1616038, ZBL:0940.11046.
- [65] A. Languasco. A singular series average and Goldbach numbers in short intervals. *Acta Arith.*, 83:171–179, 1998. <https://eudml.org/doc/207113>, MR:1490647, ZBL:0894.11037.
- [66] A. Languasco and A. Perelli. A pair correlation hypothesis and the exceptional set in Goldbach’s problem. *Mathematika*, 43:349–361, 1996. <http://dx.doi.org/10.1112/S0025579300011827>, MR:1433280, ZBL:0884.11042.
- [67] A. Languasco. Some results on Goldbach’s problem. *Rend. Sem. Mat. Univ. Politec. Torino*, 53(4):325–337, 1995. <http://seminariomatematico.dm.unito.it/rendiconti/cartaceo/53-4/325.pdf>, MR:1452389, ZBL:0882.11055.
- [68] A. Languasco and A. Perelli. On Linnik’s theorem on Goldbach numbers in short intervals and related problems. *Ann. Inst. Fourier*, 44:307–322, 1994. <http://dx.doi.org/10.5802/aif.1399>, MR:1296733, ZBL:0799.11040.

#### Web-pubblicazioni:

- [69] A. Languasco and A. Zaccagnini. Alcune proprietà dei numeri primi, I. *Sito web Bocconi-Pristem*, 2005. <http://matematica-old.unibocconi.it/LangZac/home.htm>.
- [70] A. Languasco and A. Zaccagnini. Alcune proprietà dei numeri primi, II. *Sito web Bocconi-Pristem*, 2005. <http://matematica-old.unibocconi.it/LangZac/home2.htm>.
- [71] A. Languasco and A. Zaccagnini. Esistono piccoli intervalli fra primi consecutivi! *Sito web Bocconi-Pristem*, 2005. <http://matematica-old.unibocconi.it/LangZac/risultatoteorianumeri.htm>.
- [72] A. Languasco and A. Zaccagnini. Intervalli fra numeri primi consecutivi. *Sito web Bocconi-Pristem*, 2005. <http://matematica-old.unibocconi.it/LangZac/introduzione3.htm>.

#### Dispense e altre pubblicazioni:

- [73] A. Languasco. Codici a chiave pubblica ed Algoritmi di Primalità. Master’s thesis, Università di Genova, 1989. (italian).
- [74] A. Languasco. *La congettura di Goldbach*. PhD thesis, Politecnico di Torino, Università di Torino, Università di Genova, 1995. (italian).
- [75] A. Languasco. Dispense di Analisi Matematica 1. Lecture Notes, Manuscript, (italian), 1999.
- [76] A. Languasco. Dispense di Algebra Lineare, Geometria e Calcolo Differenziale in più variabili (Matematica B). Lecture Notes, Manuscript, (italian), 2002.
- [77] B. Bruno and A. Languasco. Dispense integrative per il Corso di Istituzioni di Analisi Matematica II. Lecture Notes, Manuscript, (italian), 2003.
- [78] A. Languasco. Dispense per il Corso di Metodi Matematici per la Statistica (parte di Analisi Matematica). Lecture Notes, Manuscript, (italian), 2005.
- [79] A. Languasco. Dispense per il Corso di Fondamenti di Analisi Matematica 2. Lecture Notes, Manuscript, (italian), 2020.